

## تمارين حوله حساب النهايات

### التمرين الأول

أحسب النهايات التالية :

$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{x-5}$	$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{2x^2 + 3x - 2}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 - x - 6}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}$
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - x - 1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{4x+3}}{\sqrt{2x+4} - \sqrt{x+4}}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{4-x}}{x-1}$	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{\sqrt{x} - 2}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - 2 \tan x}{x + \sin 2x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin x}{x + \sin 2x}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{x+1} - 1}{2x - \sqrt{3+2x} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + x^3 + x - 3}{x^3 + x^2 - 2}$

### التمرين الثاني

أحسب ما يلي :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} - x$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4+x^2} - 3x$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x-5} + \frac{2x}{x-3}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x-10} + x$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x - \sqrt{2x}} - \sqrt{x+1}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x - \sqrt{x+1}} - \sqrt{x}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 2x} + x$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 3} - x$

### التمرين الثالث

حدد النهايات التالية :

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\tan x} - \sqrt{\sin x}}{x^2 \sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{(1-x^2)\sqrt{x^2+2} + 2}{x^2 - 2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \sqrt{\cos x}}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} E\left(\frac{4}{x}\right)$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x E\left(\frac{4}{x^2}\right)$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{\tan x} - \tan^2 x}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(\sqrt{x})}{x^2 + 1}$

### التمرين الخامس

نعتبر الدالة  $f(x) = \frac{\sqrt{4 + \cos x} - 2}{x^2}$

(1) بين أن  $|\forall x \in \mathbb{R}^*| f(x) | \leq \frac{1}{x^2}$

(2) استنتج  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

### التمرين الرابع

نضع  $f(x) = xE\left(\frac{2}{x^2 + 1}\right)$

(1) بين أن  $\forall x \in ]-1, 1[ |f(x)| \leq 2|x|$

(2) استنتج  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

### التمرين السادس

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = \frac{2x + |x| + |x-1|}{x-2}$

(1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 4$  و أحسب النهاية  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) حدد النهايتين  $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} f(x)$  و  $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x)$

### التمرين السابع

نضع  $f(x) = \frac{(a+2)x^2 + (b+3)x + 1}{x^2 - 1}$  حيث  $a, b$  عدنان حقيقيان

(1) حدد حسب قيم  $a, b$  النهاية  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) حدد  $a, b$  كي تكون  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

(3) أدرس حسب قيم  $a, b$  النهاية  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

### التمرين الثامن

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x} + b}{x - 2} & ; x \geq 1 \\ f(x) = \frac{2x^2 - ax - 1}{x^2 - x} & ; x < 1 \end{cases}$$

(1) أحسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) حدد تبعاً لقيم العدد الحقيقي  $a$  النهاية  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(3) احسب  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  ثم حدد العددين  $a, b$  كي تقبل  $f$  نهاية منتهية في النقطة 1

### التمرين التاسع

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = xE\left(\frac{1}{x}\right) & ; x < 0 \\ f(x) = \frac{x - E(x)}{\sqrt{x}} & ; x > 0 \end{cases}$$

(1) بين أن  $f(x) = \sqrt{x}$   $(\forall x \in ]0, 1[)$  ثم حدد  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(2) هل الدالة  $f$  تقبل نهاية في النقطة  $x_0 = 0$  ؟

### التمرين العاشر

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي:  $f(x) = xE\left(\frac{2}{x}\right)$

(1) أ. بين أن  $2 - x < f(x) \leq 2$   $(\forall x > 0)$

ب. أحسب النهاية  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

ج. هل الدالة  $f$  تقبل نهاية في النقطة  $a = 0$

(2) أكتب تعبيراً للدالة  $f(x)$  على المجال  $]2, +\infty[$  ثم استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

### التمرين الحادي عشر

(1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^p - 1}{x - 1} = p$   $(\forall p \in \mathbb{N}^*)$

(2) استنتج  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1} = \frac{n(n+1)}{2}$